

COMPORTEMENT DYNAMIQUE EFFECTIF ET DESIGN DES MÉTAMATÉRIAUX

Raphaël Assier^a, Cédric Bellis^b, Rémi Cornaggia^c, Bruno Lombard^b, Marie Touboul^d,

^a Dept of Mathematics, University of Manchester, raphael.assier@manchester.ac.uk

^b Laboratoire de Mécanique et d'Acoustique, AMU-CNRS-ECM, [bellis,lombard]@lma.cnrs-mrs.fr

^c Institut Jean le Rond d'Alembert, Sorbonne Université, remi.cornaggia@sorbonne-universite.fr

^d Laboratoire POems, CNRS-INRIA-ENSTA, marie.touboul@ensta-paris.fr

Dans cette présentation nous nous intéresserons à la propagation d'ondes dans des milieux microstructurés. L'objectif est d'aborder des questions liées à l'homogénéisation du comportement dynamique de tels milieux, que ce soit dans le régime harmonique comme temporel. En s'appuyant sur des modèles effectifs obtenus par des méthodes asymptotiques [1], nous illustrerons des problématiques spécifiques à la dynamique. Trois problématiques seront discutées :

(i) Le comportement dispersif des milieux périodiques, c'est à dire la dépendance de la vitesse de phase des ondes à la fréquence de l'excitation. Prenant l'exemple d'une configuration élastique 2D, nous montrerons que la capacité à décrire un tel comportement nécessite de considérer un modèle homogénéisé à l'ordre 2. Sur la base de ce modèle nous décrirons une approche d'optimisation [2] permettant de générer des microstructures réalisant des comportements effectifs cibles, ouvrant la voie au design de métamatériaux ainsi qu'à l'identification de microstructures.

(ii) Le caractère résonant de milieux caractérisés par des contrastes matériaux forts sera discuté. Plus spécifiquement, nous nous intéresserons au cas de l'homogénéisation d'interfaces microstructurées, associées à des inclusions à fort contraste baignées dans une matrice homogène. Le comportement effectif obtenu dans le régime transitoire consiste en des conditions de saut équivalentes, dont le comportement est non local en temps. Cette non localité pose des défis pour la simulation [3], que nous résolvons via une méthode de champs auxiliaires, réminiscente de la prise en compte de variables internes.

(iii) Enfin, nous aborderons la problématique du non-linéaire en considérant des ondes traversant un milieu périodique 1D contenant des interfaces imparfaites non linéaires, c'est-à-dire des interfaces présentant des discontinuités du déplacement et de la contrainte, gouvernées par une relation constitutive non linéaire. Dans ce contexte, nous étudions les ondes transitoires de faibles amplitudes et de grandes longueurs d'onde, et nous cherchons à établir un modèle homogénéisé qui décrit leur comportement effectif [4]. La combinaison de modèles d'ordre zéro et d'ordre un conduit à une approximation à la fois du comportement macroscopique du champ d'ondes microstructuré et de ses fluctuations aux petites échelles dans le réseau périodique. Nous illustrerons les modèles obtenus par des simulations numériques.

Références

- [1] E. Sanchez-Palencia Non-Homogeneous Media and Vibration Theory, *Springer*, 1980.
- [2] R. Cornaggia, C. Bellis Tuning effective dynamical properties of periodic media by FFT-accelerated topological optimization. *Int J Numer Methods Eng.* 2020 ; 121 : 3178–3205.
- [3] M. Touboul, B. Lombard, C. Bellis, Time-domain simulation of wave propagation across resonant meta-interfaces, *Journal of Computational Physics*, 414, 2020.
- [4] C. Bellis, B. Lombard, M. Touboul, R. Assier, Effective dynamics for low-amplitude transient elastic waves in a 1D periodic array of non-linear interfaces, *Journal of the Mechanics and Physics of Solids*, 149, 2021.