

Approches directes en homogénéisation pour les matériaux composites élasto-viscoplastiques. Confrontation avec des résultats numériques EF et FFT

Stéphane Berbenni et Sébastien Mercier

Université de Lorraine, CNRS, Arts et Métiers, LEM3, F-57000 Metz, France
Email : stephane.berbenni@univ-lorraine.fr; sebastien.mercier@univ-lorraine.fr

Les méthodes directes en homogénéisation s'appuient sur le travail d'Eshelby [1] qui fournit une expression de la déformation et des contraintes au sein d'une inclusion ellipsoïdale plongée dans un milieu infini. Dans ce travail fondateur, les deux phases sont supposées élastiques linéaires. Pour les comportements non linéaires, aucune méthode ne fournit de solutions exactes à ce simple problème de l'inclusion. Il a donc été proposé dans la littérature d'adopter différentes linéarisations (notamment sécante, tangente ou affine ...) du comportement des phases autour de la moyenne, afin d'étendre les travaux d'Eshelby.

En utilisant ce principe, deux types d'approche ont été proposées au LEM3 depuis quelques décennies, pour les matériaux élasto-viscoplastiques : à savoir l'approche tangente additive [2,3] et l'approche à champs translatés sécante [4] puis affine [5]. Les approches initiales ont été tout d'abord développées en utilisant les moments d'ordre 1 (moyenne) des contraintes [2-9]. Plus récemment, des extensions ont permis d'inclure les moments d'ordre 2 des contraintes au sein des voies de modélisation proposées au LEM3 avec des linéarisations de type « sécante modifiée » [10, 11] ou « tangente modifiée » [12].

L'exposé vise à revenir sur quelques étapes clés de l'utilisation des méthodes pour des matériaux composites particuliers [6-9,13]. Nous ne présenterons pas ici nos travaux sur les polycristaux qui sont aussi possibles via ces approches [14-16]. A la suite, l'exposé se focalisera sur des applications pour des matériaux particuliers présentant un comportement élastique viscoplastique avec écrouissage combiné (isotrope et cinématique), soumis à des chargements cycliques. L'apport des seconds moments sera aussi discuté en présentant une contribution récente de l'approche additive basée sur une linéarisation « tangente modifiée » avec un schéma de Mori-Tanaka [12]. Des confrontations avec des calculs EF [17] et FFT [18-20] serviront de références aux comparaisons.

Remerciements : Les auteurs remercient l'ANR pour le financement du projet ANOHONA (ANR-23-CE51-0047) ce qui a permis la réalisation d'une partie du travail de recherche.

Références :

- [1] Eshelby, J.D., 1957. The determination of the elastic field of an ellipsoidal inclusion, and related problems. Proc. R. Soc. Lond. Math. Phys. Eng. Sci. 241, 376–396.
- [2] Molinari, A., Ahzi, S., Kouddane, R., 1997. On the self-consistent modelling of elastic–plastic behavior of polycrystals. Mech. Mater. 26, 43-62.
- [3] Molinari, A., 2002. Averaging models for heterogeneous viscoplastic and elastic vis-coplastic materials. J. Engng. Mater. Technol. 124, 62–70.
- [4] Paquin, A., Sabar, H., Berveiller, M., 1999. Integral formulation and self-consistent modelling of elasto-viscoplastic behavior of heterogeneous materials. Arch. Appl. Mech. 69, 14–35.
- [5] Berbenni, S., Capolungo, L., 2015. A Mori–Tanaka homogenization scheme for non-linear elasto-viscoplastic heterogeneous materials based on Translated Fields: An affine extension. C. R. Méc. 343, 95-106.

- [6] Mercier, S., Jacques, N., Molinari, A., 2005. Validation of an interaction law for the Eshelby inclusion problem in elasto-viscoplasticity. *Int. J. Solids Struct.* 42, 1923–1941.
- [7] Mercier, S., Molinari, A., 2009. Homogenization of elastic–viscoplastic heterogeneous materials: Self-consistent and Mori-Tanaka schemes. *Int. J. Plast.* 25, 1024–1048.
- [8] Mercier, S., Molinari, A., Berbenni, S., Berveiller, M., 2012. Comparison of different homogenization approaches for elastic-viscoplastic materials. *Modelling Simul. Mater. Sci. Eng.* 20, 024004.
- [9] Msolli, S., Martiny, M., Costa Cardoso M., Moreira L.P., Mercier S., Molinari A., 2016. Numerical modeling of the deformation of AISI 304L using a tangent additive Mori-Tanaka homogenization scheme: Application to sheet metal forming. *J. Mater. Process. Tech.* 235, 187-205
- [10] Berbenni, S., 2021. A time-incremental homogenization method for elasto-viscoplastic particulate composites based on a modified secant formulation. *Int. J. Solids Struct.* 229, 111136.
- [11] Berbenni, S., Forest, S., 2024. Analytical Micromechanical Methods for Elasto-Viscoplastic Composites and Polycrystals, In: *Digital Materials: Continuum Numerical Methods at the Mesoscopic Scale*, 113 (chapter 3), ISTE, WILEY.
- [12] Kowalczyk-Gajewska, K., Berbenni, S., Mercier, S., 2025. An additive Mori-Tanaka scheme for elastic-viscoplastic composites based on a modified tangent linearization. *Mech. Mater.* 200, 105191.
- [13] Mercier, S., Kowalczyk-Gajewska, K., Czarnota, C., 2019. Effective behavior of composites with combined kinematic and isotropic hardening based on additive tangent Mori-Tanaka scheme. *Composites B* 174, 107052.
- [14] Mareau, C., Berbenni, S., 2015. An affine formulation for the self-consistent modeling of elasto-viscoplastic heterogeneous materials based on the Translated Field method. *Int. J. Plast.* 64, 134–150
- [15] Girard, G., Frydrych, K., Kowalczyk-Gajewska, K., Martiny, M., Mercier, S., 2021. Cyclic response of electrodeposited copper films. Experiments and elastic-viscoplastic mean-field modeling, *Mech. Mater.* 153, 103685.
- [16] Tsekpuaia, E., Guery, A., Gey, N., Berbenni, S., 2023. A microstructure-based three-scale homogenization model for predicting the elasto-viscoplastic behavior of duplex stainless steels. *Int. J. Plast.* 164, 103575.
- [17] Czarnota C., Kowalczyk-Gajewska K., Salahouelhadj A., Martiny M., Mercier S., 2015. Modeling of the cyclic behavior of elastic-viscoplastic composites by the additive tangent Mori-Tanaka approach and validation by finite element calculations. *Int. J. Solids Struct.* 56-57, 96-117.
- [18] Lahellec, N., Suquet, P., 2013. Effective response and field statistics in elasto-plastic and elasto-viscoplastic composites under radial and non-radial loadings. *Int. J. Plast.* 42, 1-30.
- [19] Masson, R., Seck, M.E.B., Fauque, J., Găărăjeu, M., 2020. A modified secant formulation to predict the overall behavior of elasto-viscoplastic particulate composites. *J. Mech. Phys. Solids* 137, 103874.
- [20] Lahellec, N., Suquet, P., 2007. On the effective behavior of nonlinear inelastic composites: I. incremental variational principles. *J. Mech. Phys. Solids* 55, 1932–1963.