

# APPROCHE INCRÉMENTALE VARIATIONNELLE APPLIQUÉE AUX COMPOSITES À MATRICE FRAGILE ENDOMMAGEABLE

G. BEN EL BARGUIA<sup>a</sup>, S. DARTOIS<sup>a</sup>, N. LAHELLEC<sup>b</sup>, D. KONDO<sup>a</sup>

<sup>a</sup> Sorbonne Université, CNRS, Institut Jean Le Rond d'Alembert, F-75005 Paris, France, (sophie.dartois@sorbonne-universite.fr)

<sup>b</sup> Laboratoire de Mécanique et d'Acoustique (LMA), Marseille, France

**Mots clés :** Homogénéisation non linéaire, Approche incrémentale variationnelle, Endommagement.

---

## Résumé :

Le travail présenté concerne la construction d'un modèle d'homogénéisation en champ moyen pour prédire le comportement effectif non linéaire de composites quasi-fragiles endommageables [3]. Il s'appuie sur une approche variationnelle incrémentale établie par Ortiz et Stainier [1], et sur les principes de l'EIV (Variable Interne Effective) initialement proposés par Lahellec et Suquet [2] jusqu'à appliqués à des composites élasto(visco)-plastiques.

La méthode est ici mise en oeuvre pour des composites dont le comportement des phases présente une loi d'endommagement isotrope utilisant une variable interne d'endommagement scalaire, et est décrit à l'aide de deux potentiels : énergie libre et dissipation. En suivant l'approche considérée le comportement local couplant élasticité et endommagement est tout d'abord linéarisé de sorte à définir un milieu linéaire de comparaison (MLC). L'expression du potentiel incrémental condensé au coeur de l'EIV est ensuite approchée en fonction de ce comportement linéarisé. Puis des conditions de stationnarité appropriées sont appliquées de sorte à obtenir une approximation du potentiel incrémental condensé effectif conformément à la méthode variationnelle. Enfin la réponse du composite et les statistiques des champs locaux sont obtenues à partir du potentiel incrémental condensé effectif ainsi évalué en utilisant les bornes classiques de Hashin-Shtrikman.

Le modèle développé est ici appliqué à des composites biphasés constitués de particules sphériques élastiques dispersées dans une matrice élasto-endommageable. Des comparaisons avec des simulations en champs complets réalisées sur une cellule 3D en mettant en oeuvre une approche par champs de phase permettent d'évaluer la pertinence du modèle, notamment dans sa prédiction du comportement macroscopique du composite d'une part et des champs locaux d'autre part. Enfin le modèle développé est enrichi pour estimer la réponse de composites dont les phases présentent une variation du seuil d'endommagement avec le niveau d'endommagement préalablement atteint.

---

## Références

- [1] M. Ortiz and L. Stainier The variational formulation of viscoplastic constitutive updates, *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, 171 (1999) 419– 444.
- [2] N. Lahellec and P. Suquet On the effective behavior of nonlinear inelastic composites : I. Incremental variational principles, *Journal of the Mechanics and Physics of Solids*, (2007) 1932–1963.
- [3] Ghita Ben-El-Barguia. An incremental variational approach and computational homogenization for composites with evolving damage, *Thèse, Sorbonne Université Paris, 2023*.