

Introduction à l'homogénéisation numérique en mécanique des matériaux

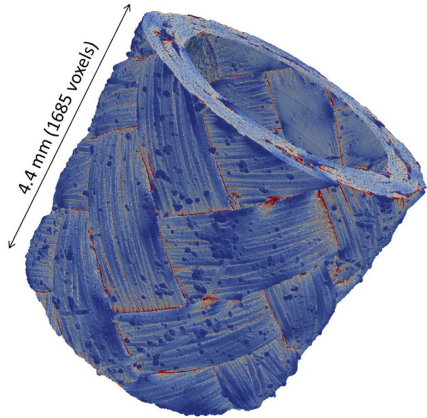


Figure 1 : Exemple de simulation FFT massivement parallèle (7 milliards de voxels) d'un tube composite SiC/SiC sollicité en traction (collaboration CEA, NAVIER et SOLEIL).

La démarche d'homogénéisation du comportement mécanique des matériaux hétérogènes vise à évaluer le comportement moyen d'un matériau ainsi qu'une évaluation de la distribution de quantités plus locales (contrainte, déformation, etc...), connaissant la microstructure et le comportement local des constituants. Les méthodes d'homogénéisation « analytiques » utilisent en général une description statistique de la microstructure des matériaux et des interactions entre les différents constituants. L'homogénéisation « numérique » prend en compte le plus précisément possible la description de la microstructure et les interactions entre constituants en résolvant un problème de mécanique sur des volumes élémentaires complexes (en général), avec des comportements également complexes. L'homogénéisation « numérique » donne ainsi accès, au prix d'un coût numérique souvent élevé, une estimation plus précise des différentes grandeurs homogénéisées ou locales. En ce sens, elle sert souvent de référence pour positionner les méthodes « analytiques », numériquement plus efficaces.

Du fait des limites en termes de taille et de temps de calcul (rencontrées notamment avec l'usage de codes Eléments-Finis « standards »), les simulations numériques sont réalisées sur des Volumes Élémentaires de taille limitée, inférieure à la taille du Volume Élementaire Représentatif (dont on discutera la définition). Pour un VE donné, le comportement apparent peut être défini de deux manières différentes (définition 'mécanique' ou 'énergétique'). Pour assurer l'équivalence entre ces deux définitions, ainsi que la symétrie du comportement apparent, on montre que les Conditions aux Limites choisies pour les simulations doivent respecter la « condition de macro-homogénéité de Hill » [1]. Les CL les plus usuelles (« statiques » SUBC, « cinématiques » KUBC et « périodiques » PBC) sont présentées et une ouverture est proposée sur des CL « mixtes » [3]. L'estimation du comportement effectif est ensuite déduit de moyennes statistiques sur les comportements apparents évalués sur différents VE, comme proposé par Huet [4]. Il montre que l'utilisation de CL « statiques » et « cinématiques » pour l'évaluation des comportements apparents permet de définir des bornes (inférieure et supérieure respectivement), d'autant plus resserrées que la taille des VE utilisées est grande. L'utilisation de CL « périodiques » (ou « mixtes ») fournit quant à elle une estimation située entre ces deux bornes.

La démarche complète de l'homogénéisation numérique est ensuite présentée sur un « cas d'école » : le comportement élastique linéaire des composites SiC/SiC à fibres longues (à l'échelle du toron) [2]. Les différentes étapes de la démarche sont : la caractérisation expérimentale et statistique de la microstructure, la proposition d'un modèle de génération de microstructure, la réalisation de simulations sur un grand nombre de VE, de taille variable, pour différents choix de CL, visant à estimer le comportement effectif avec une précision donnée. Pour compléter ce cas d'étude, des

éléments de discussions sont donnés sur le choix du contour des VE [7] ou l'analyse statistique des comportements apparents [5]. Pour compléter les applications, différents résultats sont présentés dans le cadre de l'homogénéisation de matériaux polycristallins en plasticité cristalline. Sont évoquées les questions de sensibilité du comportement effectif à la géométrie des grains ou encore l'aptitude des simulations à reproduire les champs de déformation plastique fortement localisés mesurés expérimentalement.

Pour finir, une introduction aux méthodes FFT (Fast Fourier Transform) est proposée. En comparaison avec l'utilisation de codes EF utilisés dans ce même contexte (simulations sur des VE), l'utilisation de codes FFT s'avère en général bien plus performante. Par ailleurs, l'aptitude de ces méthodes à tirer parti d'une implémentation massivement parallèle (en mémoire distribuée), permet de repousser drastiquement les limites en termes de taille et temps de calculs. La méthode proposée originellement [6] consiste en un algorithme de point fixe agissant autour de l'application d'un opérateur de Green discret, construit sur une approximation de la décomposition en série de Fourier (utilisation de la transformée discrète, désignée -abusivement- par FFT). L'utilisation de cet opérateur est à l'origine de fortes oscillations dans les zones de fort contraste. Pour limiter ce phénomène, l'opérateur de Green peut être construit, de manière alternative, à partir d'un schéma de différences finies et l'utilisation de la FFT [8]. A titre pédagogique, on se propose de construire, pas à pas, une implémentation visant à résoudre un problème de conduction discrétisé par un schéma de différences finies (hexaédrique). Les possibilités actuelles et à venir des codes FFT sont ensuite discutées (CL non périodiques, maillages non-régulier, extension aux couplages multi-physique ou à la mécanique non-locale).

- [1] M. Bornert, Bretheau T., and Gilormini P. *Homogénéisation en mécanique des matériaux*. hermes, 2001.
- [2] C. Chateau, L. Gélébart, M. Bornert, and J. Crépin. Micromechanical modeling of the elastic behavior of unidirectional cvi sic/sic composites. *International Journal of Solids and Structures*, 58(0):322 – 334, 2015.
- [3] L. Gélébart, C. Chateau, and M. Bornert. Conditions aux limites mixtes normales. In *19ème Congrès Français de Mécanique, Marseille, France*, 2009.
- [4] C. Huet. Application of variational concepts to size effects in elastic heterogeneous bodies. *Journal of the Mechanics and Physics of Solids*, 38(6):813–841, 1990.
- [5] T. Kanit, S. Forest, I. Galliet, V. Mounoury, and D. Jeulin. Determination of the size of the representative volume element for random composites: statistical and numerical approach. *International Journal of Solids and Structures*, 40(13-14):3647–3679, June 2003.
- [6] H. Moulinec and P. Suquet. A numerical method for computing the overall response of nonlinear composites with complex microstructure. *Computer Methods In Applied Mechanics and Engineering*, 157(1-2):69–94, April 1998.
- [7] M. Salmi, F. Auslender, M. Bornert, and M. Fogli. Apparent and effective mechanical properties of linear matrix-inclusion random composites: Improved bounds for the effective behavior. *International Journal of Solids and Structures*, 49(10):1195 – 1211, 2012.
- [8] F. Willot. Fourier-based schemes for computing the mechanical response of composites with accurate local fields. *Comptes Rendus Mécanique*, 343(3):232 – 245, 2015.