

Du bon usage des méthodes d'homogénéisation en mécanique des matériaux

D. KONDO

Institut Jean Le Rond D'Alembert, UMR 7190 CNRS, Sorbonne Université
Djimedo.kondo@sorbonne-universite.fr

Mots clés : Micromécanique ; Thermoélasticité ; propriétés de résistance ; (nano)composites

Résumé

L'étude des matériaux hétérogènes et plus particulièrement la modélisation de leur comportement mécanique fait l'objet de méthodes d'homogénéisation, thématique du présent colloque. Ce chapitre de cours, qui traite uniquement de matériaux à microstructure aléatoire (on y exclut donc les milieux périodiques) vise prioritairement à introduire des éléments de base de la modélisation micromécanique des matériaux hétérogènes, en soulignant notamment les modes de raisonnement correspondants. On commence par un bref aperçu historique de travaux dédiés à la détermination de propriétés physiques (viscosité, conductivités, élasticité, etc..) effectives de milieux hétérogènes. Puis on expose des notions générales de base incluant la définition d'un volume élémentaire représentatif, la prise de moyenne, et une mention spéciale du Lemme de Hill-Mandel. On évoquera aussi les moyens de caractériser les statistiques de champs (second moments, fluctuations). Ce bref panorama introductif se conclura par un rappel des principes variationnels classiques en élasticité linéaire et le profit immédiat dont on peu en tirer pour obtenir des bornes d'ordre 1 pour l'élasticité macroscopique. L'homogénéisation en contexte d'élasticité linéaire à proprement dite est abordée de manière simple en exploitant principalement les tenseurs de concentration des champs mécaniques. L'extension à la thermoélasticité est exposée, et en soulignant l'importance du théorème de Levin. Bien que les mécanismes physiques en jeu soient très différents, on exposera brièvement comment les résultats obtenus peuvent être directement transposés pour établir les équations de la poroélasticité macroscopique au sens de Biot. L'ensemble de ces résultats seront mieux explicités dans la partie de cours consacrée aux schémas d'estimation analytiques (par S. Brisard). L'homogénéisation des propriétés de résistance (surface de charges admissibles) de composites ou de poreux fera ici l'objet d'un volet combinant théorie d'Analyse limite et Homogénéisation à la Hill-Mandel. Le cas de la résistance des matériaux poreux ductiles sera discutée, sachant que l'homogénéisation non linéaire fera l'objet d'un cours dédié (par M. Idiart). Quelques résultats de calculs numériques seront aussi présentés ici pour les propriétés de résistance

(ce sera l'occasion/prétexte de renvoyer au cours de L. Gélébart consacré à l'homogénéisation numérique). Enfin, en restant dans le cadre de l'homogénéisation linéaire, on évoquera quelques autres pistes de développement en cours dont, à titre d'exemple celles concernant les matériaux nanocomposites (milieux hétérogènes dont l'un au moins des constituants est de taille nanométrique), terrain de jeu favori pour à la fois les méthodes en champ moyen, les calculs en champs complets par FFT ou les techniques de simulations par dynamique moléculaire.

Références, non exhaustives et purement à titre indicatif

- [1] Bornert, M., Bretheau, T. and Gilormini, P. (2001) Homogénéisation en Mécanique des Matériaux. Tome 1, (2001)
- [2] Dormieux, L., Kondo, D. and Ulm, FJ (2006). John Wiley and Sons
- [3] Hashin, Z. (1983). Analysis of Composite. Journal of Applied Mechanics. vol, 50, 483-505.
- [4] Kreher, W. (1990). Residual stresses and stored elastic energy of composites and polycrystals. J. Mech. Phys. Solids, 38, 115-128, 1990.
- [5] Laws, N. (1973). On the thermostatics of composite materials. Journal of the Mechanics and Physics of Solids, 21(1), 9-17.
- [6] Leblond, J-B. (2003) Mécanique de la rupture fragile et ductile. Hermes
- [7] Levin, V.M. (1967) On the Coefficients of Thermal Expansion of Heterogeneous Materials. Mekhanika Tverdovo Tela (1967), p. 88.
- [8] Suquet, P. (Ed.). (2014). Continuum micromechanics (Vol. 377). Springer.
- [9] Willis, J. R. (2002) Mechanics of composites. <https://imechanica.org/files/WillisComposites2002.pdf>
- [10] Zaoui, A. (2002). Continuum micromechanics : survey. Journal of Engineering Mechanics, , 128(8), 808-816.