Comportement effectif des composites à renforts particulaires avec interfaces imparfaites

Claude Stolz,
UMR9219 CNRS, Palaiseau, France, E-mail:claude.stolz@orange.fr

Les composites particulaires sont composés d'une matrice à renforts particulaires, les interfaces entre phases sont considérées imparfaites, les phases mécaniques matrice et renforts ont un comportement élastique linéaire. Le composite est décrit à l'aide de motifs morphologiques représentatifs, constitués d'une particule entourée d'une matrice homogène. Le long des interfaces particules-matrice, le champ de déplacement peut être discontinu, il se décompose en sa partie moyenne et sa discontinuité

$$u^{\pm} = \bar{u} \pm \frac{1}{2}[u]_{\Gamma} \tag{1}$$

Le champ $\bar{u}$ est défini uniquement le long de l'interface de plan tangent A_α, son gradient surfacique $\nabla \bar{u}$, défini la déformation surfacique $\boldsymbol{\varepsilon}_s = \dfrac{1}{2}(\nabla \bar{u} + \nabla^T \bar{u})$ La puissance des efforts intérieurs associés au mouvement de l'interface est alors donnée par

$$\mathcal{P}_s = -\int_S \boldsymbol{\Sigma}_s : \boldsymbol{\varepsilon}_s(u^*)\mathrm{d}s - \int_S \mathrm{T}.[\mathrm{u}^*]_\Gamma \mathrm{ds} \tag{2}$$

où $\boldsymbol{\Sigma}_s$ est un tenseur symétrique du second ordre. Considérant les potentiels des efforts intérieurs dans les phases et celui de la puissance des efforts extérieurs

$$\mathcal{P}_i + \mathcal{P}_e + \mathcal{P}_s = 0, \quad \mathcal{P}_i = -\int_\Omega \boldsymbol{\sigma}.\boldsymbol{\varepsilon}(u^*)\ \mathrm{d}\Omega, \quad \mathcal{P}_e = \int_{\partial\Omega} \mathrm{T}^\mathrm{d}.\mathrm{u}^*\ \mathrm{dS} \tag{3}$$

on obtient les équations d'équilibre intérieur et de l'interface

$$\begin{aligned} &0 = \mathrm{div}\,\boldsymbol{\sigma},\ \text{ dans } \Omega, \quad \boldsymbol{\sigma}.n = \mathrm{T}^\mathrm{d} \text{ le long de S} \\ &0 = [\boldsymbol{\sigma}]_\Gamma.N + \mathrm{Div}\,\boldsymbol{\Sigma}_s, \quad \bar{\boldsymbol{\sigma}}.N = \mathrm{T} \end{aligned} \tag{4}$$

On considère une énergie de surface ϕfonction convexe de ses arguments $\phi([u]_\Gamma, \boldsymbol{\varepsilon}_s(\bar{u}))$ ainsi les efforts associés sont

$$\mathrm{T_s} = \frac{\partial\phi}{\partial[\mathrm{u}]_\Gamma}, \quad \boldsymbol{\Sigma}_\mathrm{s} = \frac{\partial\phi}{\partial\boldsymbol{\varepsilon}_\mathrm{s}} \tag{5}$$

d'énergie complémentaire $\phi^*(\mathrm{T_s}, \boldsymbol{\Sigma}_\mathrm{s}) = \min_{\mathrm{v},\boldsymbol{\varepsilon}_\mathrm{s}} \mathrm{T_s}.\mathrm{v} + \boldsymbol{\Sigma}_\mathrm{s} : \boldsymbol{\varepsilon}_\mathrm{s} - \phi(\mathrm{v}, \boldsymbol{\varepsilon}_\mathrm{s})$.

Lorsque les propriétés mécaniques de l'interface sont celles d'un matériau élastique linéaire, les principes de minimum de l'énergie potentielle ou complémentaire sont utilisés afin d'obtenir des bornes sur les modules effectifs d'élasticité du composite.

Comme dans l'approche classique des champs de déplacements ou des champs de contrainte admissibles sont construits et caractérisés à l'aide des fonctions de Green d'un corps homogène de comparaison, utilisant des champs de polarisation classique et imposant sur les interfaces des champs $U = [u]_\Gamma$ et $\boldsymbol{\Sigma}_s$ donnés.

Lorsque la distribution spatiale des motifs et des phases est connue, en particulier pour une distribution isotrope des phases ou des motifs, on montre que les déformations moyennes par motifs sont solutions de problèmes d'inclusion avec interface imparfaites dans une matrice à optimiser. Une généralisation du principe de Hashin–Shtrikman est alors obtenue, et des bornes inférieures et supérieures du comportement effectif sont proposées. On illustre la démarche dans le cas des modules sous chargement antiplan.

Références

C. STOLZ, A ZAOUI : *Analyse morphologique et approche variationnelles du comportement d'un milieu élastique hétérogène*. C.R. Acad. Sci. Paris, t. 312, Série II,p. 143-150, 1991

C. STOLZ : *On bounds of the effective behavior of particulate composites with imperfect interface*, Comptes Rendus Mécanique, Vol 352,p.39-54, 2024